**БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**Факультет прикладной математики и информатики**

Лабораторная работа № 1

**Квадратурные формулы**

Вариант В

**Выполнил**

Дунаев В. А.

3 курс, 6 группа

**Преподаватель**

Будник А.М.

**Минск, 2017**

**Постановка задачи**

Дан интеграл . Требуется найти приближённое значение интеграла с точностью .

Задачи:

1. Используя любую составную квадратурную формулу порядка , вычислить по правилу Рунге интеграл*.*
2. В двух указанных квадратурных формулах определить шаг *h,* достаточный для получения точности .

б) Квадратурные формулы средних прямоугольников и трапеции.

1. Используя квадратурную формулу Гаусса найти количество узлов, достаточное для достижения точности .

**Алгоритм**

1. Квадратурной формулой порядка являются квадратурные формулы левых и правых прямоугольников. Будем использовать формулу правых прямоугольников: . По этой формуле мы вычислим два приблизительных значения интеграла и , где и . Далее, по правилу Рунге вычислим значение главной части остатка квадратурной формулы, т.е. . По этой главной части можно проводить апостериорную оценку точности значения интеграла, т.е. . И если данное неравенство верно, то интеграл с заданной точность найден. В противном случае, возьмём , и повторим описанные выше действия.
2. Шаг *h* выбирается из остатка составной квадратурной формулы. Остатки составных квадратурных формул средних прямоугольников и трапеции выглядят следующим образом:

,

,.

Из неравенств и получим, что для достижения заданной точности необходим шаг

, где , , и

, где , .

Зная шаг, можем вычислить значения интеграла по составным квадратурным формулам трапеций и средних прямоугольников, т.е.

и

.

1. Дан интеграл . С помощь замены переменных , получим, что ,т.е. получили интеграл на отрезке [-1; 1].

Квадратурная формула (1): - формула Гаусса.

Количество узлов (n + 1), необходимое для достижения заданной точности, будем находить из остатка квадратурной формулы (1):

.

Количество узлов – (n + 1).

В качестве узлов выбираем корни многочлена Лежандра:

*,* n = 0, 1, … .

Таким образом, будем находить из уравнения: .

Далее находим коэффициенты по формуле: , .

Затем по формуле (1) находим приближённое значение интеграла.

**Результаты:**

**Трапеция:**

**H=1.256134531124813E-6**

**N=796093**

**I=0.24022691017006967**

**Рунге:**

**H = 1.52587890625E-5**

**N = 65536**

**I =0.24022915108784096**

**Гаусс:**

**N = 4**

**I = 0.2416778426672745**

**Средние прямоугольники:**

**H = 0.043478260869565216**

**N = 23.0**

**I = 0.24029918375667908**

**Вывод**

**Проанализировав результаты можем сделать следующие выводы:**

**Чем сложнее метод (более высокий порядок), тем меньше нужно шагов для вычисления интеграла, но такие методы (Гаусс) намного более затратные.**